

Problème 33: Château de cartes (avec calculatrice) / Complexe

Un membre de SosToMaths s’amuse à construire des châteaux de cartes. La base d’un château est composée de plusieurs paires de cartes formant ensemble des cônes. Ces cônes sont reliés entre eux par des cartes disposées horizontalement.

Le troisième rang d’un château est par exemple constitué de 3 “cônes”, reliés entre eux par 2 cartes horizontales, comme illustré ci-contre.



Ceci est un château de 4 rangs.

Quelle serait la taille (en rangs) du plus grand château constructible avec 10 jeux de 52 cartes ?

Solution:

Le premier rang contient 2 cartes.
Le deuxième rang contient $2*2+1=5$ cartes.
Le troisième rang contient $2*3+2=8$ cartes.
Le quatrième rang contient $2*4+3=11$ cartes.
Le cinquième rang contient $2*5+4=14$ cartes
Le sixième rang contient $2*6+5=17$ cartes.

Or, $2+5+8+11+14=40$ et $40 < 52$, tandis que $2+5+8+11+14+17=57$ et $57 > 52$.

Numéro de Rang	Nombre de Cartes dans le Rang	Somme Totale
1	2	2
2	5	7

3	8	15
4	11	26
5	14	40
6	17	57
7	20	77
8	23	100
9	26	126
10	29	155
11	32	187
12	35	222
13	38	260
14	41	301
15	44	345
16	47	392
17	50	442
18	53	495
19	56	551

Or, dix jeux de 52 cartes contiennent au total 520 cartes. Un château de 19 rangs utiliserait donc trop de cartes. Le plus grand château constructible fait donc 18 rangs.